Additional Mathematics

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ ๑

การแปรผัน

ชื่อ .....

ชั้น ..... เลขประจำตัว .....

โรงเรียน .....

ครูผู้สอน....

พิชญุตม์ ราชเดิม(PunPitchy)

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ Best Friend Forever School

6.1 นิยามการแปรผัน

การแปรผัน หมายถึงความสัมพันธ์ของปริมาณอย่างน้อยสองปริมาณขึ้นไป โดยเมื่อปริมาณหนึ่งเปลี่ยน ปริมาณที่เหลือจะเปลี่ยนตาม
ลักษณะของการแปรผัน จะแบ่งได้ 2 ลักษณะ ได้แก่
การแปรผันตรงและการแปรผกผัน

การแปรผันตรง คือความสัมพันธ์ของสองปริมาณที่ถ้าปริมาณหนึ่งเพิ่มขึ้นอีกปริมาณหนึ่งจะเพิ่มขึ้นตามสัดส่วน หรือหากลดลงอีกปริมาณหนึ่งก็จะลดลงตามสัดส่วน
เช่น ในทางเศรษฐศาสตร์ เมื่อราคาเพิ่มขึ้น อุปทานจะเพิ่มขึ้น สรุปได้ว่า ราคาของสินค้า แปรผันตรงกับ อุปทาน

การแปรผกผัน คือความสัมพันธ์ของสองปริมาณ ที่ถ้าปริมาณหนึ่งเพิ่มขึ้นอีกปริมาณหนึ่งจะลดลงตามสัดส่วน หรือหากลดลงอีกปริมาณหนึ่งจะเพิ่มขึ้นตามสัดส่วน
เช่นในทางฟิสิกส์ เมื่อมวลเพิ่มขึ้น ความเร่งที่เกิดขึ้นจะลดลง สรุปได้ว่า มวลของวัตถุ แปรผกผันกับ ความเร่งที่เกิด

6.2 ค่าคงตัวของการแปรผัน

ในความสัมพันธ์ของการแปรผัน เมื่อเราทราบว่าปริมาณหนึ่งแปรผันอย่างไรกับอีกปริมาณหนึ่ง เราสามารถเขียนออกมาในรูปของสัญลักษณ์ได้ และเขียนในรูปของสมการ ซึ่งหากเขียนในรูปของสมการแล้ว จะมีตัวคูณที่เป็น"ค่าคงตัวการแปรผัน" เสมอ ซึ่งค่านี้เป็นค่าที่ไม่ตายตัวดละสามารถเปลี่ยนแปลงได้ ในแต่ละความสัมพันธ์
นิยมแทนค่าคงตัวด้วย k โดยที่ k เป็นจำนวนใดๆ โดยที่ $k \neq 0$

การแปรผันตรง

ให้ x แปรผันตรงกับ y
สามารถเขียนสัญลักษณได้ว่า $x \propto y$
และ เขียนเป็นสมการได้ว่า $x = ky$

การแปรผกผัน

ให้ m แปรผกผันกับ n
สามารถเขียนสัญลักษณ์ได้ว่า $m \propto 1/n$
และ เขียนเป็นสมการได้ว่า $m = k(1/n)$

$$m = k/n$$

6.3 การนำเรื่องการแปรผันไปใช้

โดยทั่วไป โจทย์เรื่องการแปรผันจะมีสองเหตุการณ์เสมอ โดยเหตุการณ์แรกจะให้ค่าของปริมาณสองปริมาณมาและบอกว่าสองปริมาณนี้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร ทำให้เราทราบค่าคงตัวของการแปรผัน จากนั้นเหตุการณ์ที่สองโจทย์จะกำหนดเพียงแค่ปริมาณใดปริมาณหนึ่งเท่านั้น แล้วให้หาค่าของอีกปริมาณหนึ่ง โดยใช้การตั้งสมการของการแปรผัน

ตัวอย่าง

1.กำหนดให้ x แปรผันตรงกับ y เมื่อ x = 2 แล้ว y = 5 จงหาค่าของ y เมื่อ x = 8

ความสัมพันธ์ : $x \propto y$ จะได้ $x = ky$

เหตุการณ์ 1 : x =2 แล้ว y = 5

นั่นคือ $2 = k(5)$

$k = 0.4$

เหตุการณ์ 2 : x = 8 แล้ว y = ?

นั่นคือ $8 = ky$

แทนค่า $k = 0.4$; $8 = 0.4y$

$y = 8/0.4 = 20$

ดังนั้น เมื่อ x = 8 แล้ว y = 20

2.กำหนดให้ a แปรผกผันกับ b เมื่อ a = 5 แล้ว b = 4
จงหาค่าของ b เมื่อ a = 0.5

ความสัมพันธ์ $a \propto 1/b$ จะได้ $a = k/b$
เหตุการณ์ 1 : a=5 แล้ว b=4
นั่นคือ $5 = k/4$
$k = 20$
เหตุการณ์ 2 : a = 0.5 แล้ว b = ?
นั่นคือ $0.5 = k/b$
แทนค่า k=20; $0.5 = 20/b$
$b = 20/0.5 = 40$
ดังนั้น เมื่อ a = 0.5 แล้ว b = 40

การแปรผัน หน้าที่ 5

Extra) กำหนดให้ a แปรผันตรงกับ b แต่แปรผกผันกับ c
เมื่อ a=2 แล้ว b=5 และ c = 1 จงหาค่าของ b เมื่อ a = 3 และ c = 20

ความสัมพันธ์ : $a \propto b$ และ $a \propto 1/c$ นั่นคือ $a = kb/c$
เหตุการณ์ 1 : a=2 แล้ว b=5 และ c=1
นั่นคือ $2 = k(5)/1$
$k = 0.4$
เหตุการณ์ 2 : a=3 และ c=20 แล้ว b=?
นั่นคือ $3 = kb/20$
แทนค่า $k/0.4$; $3=0.4b/20$
$b = 3(20)(10)/4$
$b = 150$
ดังนั้น เมื่อ a=3 และ c=20 จะได้ b=150

การแปรผัน หน้าที่ 6

1.ให้ x แปรผันตรงกับ y เมื่อ x = 4 ส่งผลให้ y = 9 แล้ว y จะมีค่าเท่าใดเมื่อ x มีค่าเป็น 0.3

2.ให้ x-3 แปรผันตรงกับ y+6 เมื่อ x = 5 จะได้ y = -3 แล้ว y จะมีค่าเท่าใดเมื่อ x มีค่าเป็น 4

3.ให้ x^2+3 แปรผันตรงกับ y-1 เมื่อ x = 3 จะได้ y = 9 แล้ว y จะมีค่าเท่าใดเมื่อ x = 10

4.ให้ $(x^2-3)\alpha(y^2-5)$ เมื่อ x = $3\sqrt{2}$ จะได้ y = $\sqrt{7}$ จงหาค่าของ y เมื่อ x = 12

การแปรผัน หน้าที่ 9

5.ให้ x แปรผกผันกับ y เมื่อ x = 8 แล้ว y = 2 แล้ว y จะมีค่าเท่าใด เมื่อ x = 10

6.ให้ 2x+3 แปรผกผันกับ 3y-1 เมื่อ x = -1 แล้ว y = 2 แล้ว y จะมีค่าเท่าใด เมื่อ x = 20

7.ให้ $(\frac{1}{2}x+3)\alpha(\frac{1}{y^2-1})$ เมื่อ x = 6 แล้ว y เป็น 9 จงหาค่าของ y เมื่อ x = 2

8.ให้ $(\sqrt{x^2+4})\alpha(\frac{1}{\sqrt{y+3}})$ เมื่อ x = 3 จะได้ y = 1 จงหาค่าของ y เมื่อ x = 6

การแปรผัน หน้าที่ 10

คณิตศาสตร์เป็นวิธีง่ายๆที่จะทำให้เราเข้าใจ
เอกภพ

Pythagoras
(นักคณิตศาสตร์ชาวกรีกโบราณ)